

**А.И. АБДУЛЛАЕВ**, д.т.н., проф., зав. каф. ДМ И ПТМ АзГУ, Баку, Азербайджан;  
**А.М. НАДЖАФОВ**, д.т.н., доцент каф. ДМ И ПТМ АзГУ;  
**Р.М. ГАСЫМОВ**, к.т.н., зав. лаб. "Машиноведение" АзГУ

## ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НОВОГО КОНСТРУКТИВНОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХСТУПЕНЧАТОГО ДВУХПОТОЧНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕДУКТОРА

Рассмотрена методика оптимизации основных параметров нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора по критерию минимизации объема редуктора из условия контактной прочности зубьев. Представлена целевая функция, сформулированы ограничения на переменные проектирования. Установлены зависимости между передаточным отношением, коэффициентом ширины шестерни и контактным напряжением для всех ступеней трехступенчатого цилиндрического зубчатого редуктора на двух валах.

Розглянуто методику оптимізації основних параметрів нового конструктивного рішення трьохступеневого двопотокового циліндричного редуктора за критерієм мінімізації об'єму редуктора з умови контактної міцності зубів. Представлено цільову функцію, сформульовані обмеження на змінні проектування. Встановлені залежності між передавальним відношенням, коефіцієнтом ширини шестерні та контактним напруженням для всіх ступенів трьохступеневого циліндричного зубчастого редуктора на двох валах.

The method of optimization of basic parameters of new constructive decision of triple-reduction double-flow parallel-shaft reducer on criterion of minimal volume of reducer from the condition of tooth contact strength is considered. Objective function and limits on design variable are formulated. Dependences between reduction ratio, coefficient of spur gear width and contact strength for all passes of triple-reduction parallel-shaft reducer on two axles are established.

**Общие положения.** В механических приводах различных машин и агрегатов в качестве передаточного механизма широко применяются редукторы различного конструктивного исполнения [1-5].

На кафедре "Детали машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета разработаны, изготовлены и испытаны новые конструктивные решения трех- и пятиступенчатых одно- и двухпоточных цилиндрических редукторов, отличающихся от существующих классических редукторов компактностью, технологичностью, повышенной надежностью и к.п.д. [6, 7]. Поскольку подана заявка на предмет изобретения сущность редукторов полностью не раскрываются. В указанных редукторах исключены промежуточные валы, с соответствующими подшипниками качения. При этом межосевые расстояния и передаточные отношения всех ступеней одинаковые.

Проектирование этих редукторов, предназначенных для выполнения заданных функций – это лишь один из аспектов решения задачи, стоящей перед разработчиками. При этом представляет большой практический интерес выбор из всех возможных вариантов конструкций наиболее оптимальный вариант по техническому уровню редуктора [4, 5, 8]. Поэтому возникла необходимость оптимизации основных параметров нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора.

**Установление переменных проектирования.** Понятие оптимизация основных параметров редуктора подразумевает выбор такого варианта, который обладал бы возможно большими достоинствами, в частности, малыми габаритными размерами, объемом и, наконец, весом.

Очевидно, что габаритные размеры, объем и, следовательно, вес редуктора в основном формируется диаметрами зубчатых колес, их шириной, количеством ступеней, общим передаточным отношением, а также значениями допускаемых контактных и изгибных напряжений, выражающими условия взаимодействия конструктивных элементов и закономерность работы данной механической системы. При этом условие функционирования редуктора описывается некоторой системой уравнений связи с неизвестными переменными (варьируемыми) параметрами.

**Выбор критерия оптимальности и построение целевой функции.** В качестве критерия оптимальности принимается минимальный объем редуктора.

Для решения оптимизационной задачи – выбора оптимального варианта редуктора критерий оптимальности выражается через варьируемые переменные проектирования. При этом в качестве обобщенного параметра принимается диаметр начальной окружности  $d_1^*$  тяжело нагруженной тихоходной ступени редуктора:

$$g = (0,5d_1^* + d_2) d_2 \cdot d_1^* \psi_{bd} (2 + 2\varphi_1 + \varphi_2), \quad (1)$$

где  $d_2$  – диаметр начальной окружности колеса тихоходной ступени редуктора;  $\psi_{bd} = b_w / d_1^*$  – коэффициент ширины шестерни тихоходной ступени редуктора;  $\varphi_1 = \psi'_{bd} / \psi_{bd}$ ,  $\varphi_2 = \psi''_{bd} / \psi_{bd}$  – соответственно варьируемые коэффициенты, характеризующие уменьшение коэффициента ширины шестерни промежуточной и быстроходной ступеней редуктора.

Очевидно, что обобщенный параметр – значение диаметра начальной окружности тихоходной ступени редуктора  $d_1^*$ , равный также диаметрам начальных окружностей последующих ступеней редуктора  $d_1'$  и  $d_1''$ , существенно зависит от механических характеристик выбранного материала, в частности, от значения допускаемого контактного напряжения  $[\sigma_H]$ .

Из условия на контактную прочность зубьев обобщенная координата  $d_1^*$  представляется в виде:

$$d_1^* = k_d \sqrt[3]{\frac{T^* k_H^*}{\psi_{bd} [\sigma_H]^2} \frac{u+1}{u^2 \eta}} = k_d \sqrt[3]{T^* k_H^* \frac{u+1}{u^2 \eta}} \cdot B, \quad (2)$$

где  $B = \psi_{bd}^{-1/3} \cdot [\sigma_H]^{-2/3}$  – обобщенный варьируемый параметр;  $[\sigma_H]$  – допускаемое контактное напряжение, Н/мм<sup>2</sup>;  $T^*$  – вращающий момент на тихоходном валу, Нм;  $k_d = 780(\text{МПа})^{1/3}$  – коэффициент диаметра;  $k_H^*$  – коэффициент нагрузки в тихоходной ступени редуктора.

Поскольку  $d_1^* = a_w/(1+u) = d_1' = d_1''$ , следовательно

$$(u\eta\varphi_1)^{-1/3} \cdot \xi_1^{-2/3} = \varphi_2^{-1/3} (u\eta\xi_2)^{-2/3} = 1, \quad (3)$$

где  $\xi_1 = [\sigma_H]/[\sigma_H]$ ;  $\xi_2 = [\sigma_H]/[\sigma_H]$  – варьируемые коэффициенты, соответственно характеризующие уменьшение значения контактного напряжения в промежуточной и быстроходной ступенях редуктора;  $u = (u_\Sigma)^{1/3}$  – передаточное отношение ступеней редуктора;  $u_\Sigma$  – общее передаточное отношение ступеней редуктора.

**Метод решения задачи.** Разработаны многочисленные методы решения задачи оптимизации при различных видах целевой функции, уравнений связи и ограничений. В указанной постановке задачи, для отыскания условного экстремума функции при нескольких переменных параметрах, использован классический метод множителей Лагранжа.

**Формирование системы ограничений.** Допустим, что в данном расчетном случае работоспособность зубчатых передач трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора определяется контактной прочностью зубьев зубчатых колес. Тогда функциональные ограничения по контактной прочности промежуточной и быстроходной ступеней редуктора имеют форму:

$$\left. \begin{aligned} d_1' - k_d \left( \frac{T^* k_H'}{\varphi_1 \psi_{bd} \xi_1^2 [\sigma_H]^2} \frac{u+1}{u^3 \eta^2} \right)^{1/3} &\geq 0; \\ d_1'' - k_d \left( \frac{T^* k_H''}{\varphi_2 \psi_{bd} \xi_2^3 [\sigma_H]^2} \frac{u+1}{u^4 \eta^3} \right)^{1/3} &\geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $k_H'$ ,  $k_H''$  – коэффициенты нагрузки в зацеплениях промежуточной и быстроходной ступеней редуктора, каждый из которых равен произведению коэффициентов  $k_A \cdot k_{H\beta} \cdot k_{H\alpha} \cdot k_{HV}$ ;  $k_A$  – коэффициент, учитывающий внешние динамические нагрузки;  $k_{H\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $k_{H\alpha}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями;  $k_{HV}$  – коэффициент, учитывающий динамические нагрузки, возникающие в зацеплении до зоны резонанса.

Коэффициенты  $k_{H_1}$ ,  $k_{H_2}$  и  $k_{H_3}$  являются переменными величинами. Для упрощения задачи принимается, что эти коэффициенты равны:  $k_{H_1} = k_{H_2} = k_{H_3} = k_H$ .

С учетом (3) функциональные ограничения в форме равенства примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &\equiv 1 - (u\eta\varphi_1)^{-1/3} \xi_1^{-2/3} = 0; \\ \psi_2 &\equiv 1 - \varphi_2^{-1/3} (u\eta\xi_2)^{-2/3} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

После несложных преобразований целевая функция (1) представляется в безразмерной форме:

$$g = (0,5u + u^2)(2 + 2\varphi_1 + \varphi_2)\psi_{bd}. \quad (6)$$

**Решение задачи.** Для решения задачи на базе описанной математической модели применим метод Лагранжа [5, 8]:

$$L = g + \lambda_g \psi, \quad (7)$$

где  $\lambda_g$  – постоянная.

Необходимое условие экстремума этой функции:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} &= \frac{\partial g}{\partial \varphi_1} + \lambda_g \frac{\partial \psi}{\partial \varphi_1} = 2\psi_{bd}(0,5u + u^2) - \frac{1}{3} \lambda_g (u\eta)^{-1/3} \xi_1^{-2/3} \varphi_1^{-4/3} = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} &= \frac{\partial g}{\partial \varphi_2} + \lambda_g \frac{\partial \psi}{\partial \varphi_2} = \psi_{bd}(0,5u + u^2) - \frac{1}{3} \lambda_g (u\eta\xi_2)^{-2/3} \varphi_2^{-4/3} = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_g} &= \psi_1 = 1 - (u\eta\varphi_1)^{-1/3} \xi_1^{-2/3} = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_g} &= \psi_2 = 1 - \varphi_2^{-1/3} (u\eta\xi_2)^{-2/3} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

На основании решения первых двух уравнений этой системы имеем:

$$2(u\eta)^{-1/3} \cdot \xi_1^{-2/3} \cdot \varphi_2^{-4/3} = \xi_1^{-2/3} \cdot \varphi_1^{-4/3}. \quad (9)$$

Из последних двух уравнений системы (8) определяется оптимальные значения коэффициентов, характеризующих контактные напряжения промежуточной и быстроходной ступеней редуктора:

$$\xi_1 = \left[ \frac{1}{(u\eta\varphi_1)} \right]^{1/2}; \quad \xi_2 = \left[ \frac{1}{(u\eta)^2 \varphi_2} \right]^{1/2}. \quad (10)$$

После подстановки (10) в равенство (9) имеем:

$$\varphi_2 = 0,5\varphi_1.$$

При этом должны быть соблюдены параметрические ограничения:

$$\psi_{bd} \in [0,4...0,9]; \quad \xi_1 > 0; \quad \xi_2 > 0. \quad (11)$$

Из приведенного выше расчета несложно установить границы целесообразного перехода коэффициента ширины шестерен и контактных напряжений ступеней редуктора.

В таблице представлены значения коэффициентов  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , характеризующие контактные напряжения промежуточной и быстроходной ступеней редуктора в зависимости от коэффициента ширины шестерни и передаточного отношения  $u$ .

Таблица – значения коэффициентов  $\xi_1$  и  $\xi_2$

| $\varphi_1$ | $u = 3,5$ |         | $u = 4$ |         | $u = 4,5$ |         | $u = 5$ |         |
|-------------|-----------|---------|---------|---------|-----------|---------|---------|---------|
|             | $\xi_1$   | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$   | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ |
| 0,3         | 0,9858    | 0,5323  | 0,9221  | 0,4657  | 0,8694    | 0,4140  | 0,8248  | 0,3726  |
| 0,4         | 0,8537    | 0,4610  | 0,7986  | 0,4033  | 0,7529    | 0,3549  | 0,7143  | 0,3227  |
| 0,5         | 0,7636    | 0,4123  | 0,7143  | 0,3608  | 0,6734    | 0,3209  | 0,6389  | 0,2886  |
| 0,6         | 0,6971    | 0,3764  | 0,6520  | 0,3293  | 0,6148    | 0,2927  | 0,5832  | 0,2635  |
| 0,7         | 0,6454    | 0,3485  | 0,6037  | 0,3049  | 0,5691    | 0,2710  | 0,5399  | 0,2439  |
| 0,8         | 0,6037    | 0,3260  | 0,5647  | 0,2852  | 0,5324    | 0,2535  | 0,5051  | 0,2282  |
| 0,9         | 0,5692    | 0,3073  | 0,5324  | 0,2689  | 0,5019    | 0,2390  | 0,4762  | 0,2152  |

Характер изменения значения этих коэффициентов, применительно к трехступенчатым двухпоточным редукторам нового конструктивного исполнения с общими передаточными отношениями  $u_z=64; 91,25$  и  $125$ , показаны в номограмме.

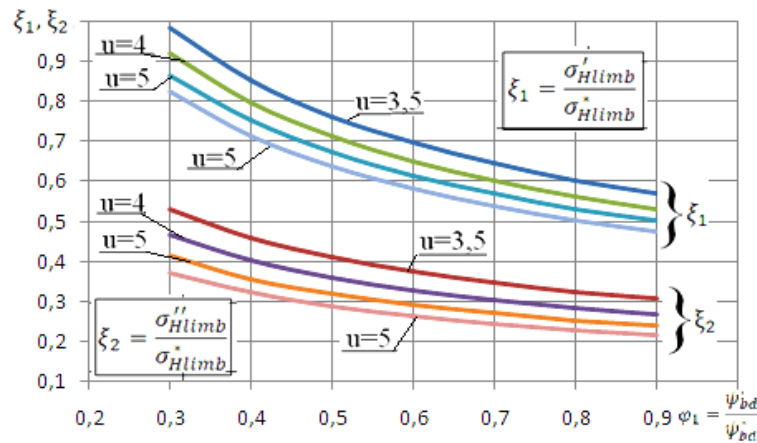


Рисунок – Номограмма определения оптимальных значений коэффициентов, характеризующих контактные напряжения и ширины шестерен промежуточной и быстроходной ступеней нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора

**Выводы и рекомендации.** Установлены аналитические зависимости между передаточным отношением, коэффициентом ширины шестерни и контактным напряжением для всех ступеней трехступенчатого цилиндрического зубчатого редуктора на двух валах с использованием метода множителей Лагранжа. Из приведенного решения оптимизационной задачи очевидна необоснованность произвольного, интуитивного подбора передаточного отношения, коэффициента ширины шестерни и контактного напряжения для ступеней редуктора. При этом задача подбора варьируемых параметров приводит к многовариантным решениям. Согласно принятого критерия оптимизации, функциональных и параметрических ограничений выбор оптимальных значений параметров, характеризующих металлоемкость, а, следовательно, технический уровень нового конструктивного решения трехступенчатого редуктора имеет важное

практическое значение на стадии проектирования новой техники. На основании результатов численного эксперимента и стендовых испытаний установлено, что при выборе оптимальных параметров технический уровень предложенного нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного редуктора, согласно вышеизложенным расчетным зависимостям, соответствует лучшим (рекордным) мировым образцам. Редуктор может быть успешно использован в качестве передаточного механизма в механических приводах скважинных насосов. При этом повышаются на 7,4% уровень надежности и до 10% к.п.д. редуктора.

**Список литературы:** 1. Редукторы энергетических машин: Справочник / Б.А.Балашов, Р.Р.Гальпер, Л.М.Гаркави и др. Под общ. ред. Ю.А.Державца. – Л.: Машиностроение, 1985. – 232с. 2. Иж.МСК Редукторы для станков-качалок. 3. Редукторы для станков-качалок шевронные трехступенчатые типа ЦЗНШ-450. <http://www.izhmsk.udm.ru/rstk.htm>. 4. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1974. – 655с. 5. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 6. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. Механический привод скважинных насосов // Евразийский Патент №012103, F04B47/02, Москва/Россия, 28.08.2009. – 10с. 7. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. и др. Создание и оценка технического уровня пакетного редуктора // Сбор. докл. международного конгресса "Механика и трибология транспортных систем 2003". – Ростов-на-Дону, 2003. – С.14-17. 8. Наджафов А.М. Поисковое конструирование механического привода штанговых насосов. – Баку: "Элм", 2008. – 256с.

Поступила в редколлегию 30.05.12

УДК 621.83

**Д.Т. БАБИЧЕВ**, д.т.н., профессор каф. "Прикладная механика" ТюмГНГУ, Тюмень, Россия;  
**М.Г. СТОРЧАК**, к.т.н., научный сотрудник ИМВ ШУ, Штуттгарт, Германия;  
**Д.А. БАБИЧЕВ**, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ

## ОСНОВЫ СИНТЕЗА ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ, ОБЛАДАЮЩИХ ПОВЫШЕННОЙ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТЬЮ

Перечислены основные положения, реализуемые в создаваемой методике и программном обеспечении для оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач, в которых нагрузочная способность по критерию контактной прочности зубьев будет наибольшей. Методика основана на всестороннем анализе пространства плоских зацеплений по С.А. Лагутину и учитывает двойственность задачи синтеза: в каждой точке пространства зацепления одному заданному значению контактных напряжений отвечают две пары сопряженных профилей.

Перелічені головні положення, що реалізовані у створеній методиці та програмному забезпеченні для оптимізаційного синтезу профілів зубів циліндричних передач, в якій навантажувальна здатність по критерію контактної міцності буде найбільшій. Ця методика побудована на всебічному аналізі простору плоских зчеплень по С.А. Лагутіну та враховує двоїстість завдання синтезу: в кожній точці простору єдиному заданому значенню контактного напруження відповідають дві пари сполучених профілів.

There are the main provisions that are the basis being created method for optimization synthesis of spur gear profile tooth in computer system, that support such synthesis. Based on the developed concepts subsequently will be created an interactive method for optimization of geometrical synthesis spur gear that have load capacity by the criteria of contact strength of tooth will be higher or equal.